Conclusion : P est : $x + y + z - 2 = 0$.

3°/a) On a : $H \in P$ et $\vec{OH} = \frac{2}{3}\vec{N}$ donc $(OH) \perp P$

d'où : H est le projeté orthogonal de O sur P.

b)

* $\vec{HA}\begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ -2/3 \end{pmatrix}$ et $\vec{BC}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ on a : $\vec{HA} \cdot \vec{BC} = 0$.

* $\vec{HB}\begin{pmatrix} -2/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ on a : $\vec{HB} \cdot \vec{AC} = 0$.

On a ainsi H est l'orthocentre du triangle ABC.

4°/ $S : x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

où $R = d(O,P) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ d'où $S : x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{3}$

5°/a) $P : x + y + z - 2 = 0$ et $P_m : x + y + z - m = 0$

On a : $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{2}{m}$ (car $m \in]0,2[$)

d'où P et P_m sont strictement parallèles.

b) Soit $d = d(O,P_m) = \frac{m}{\sqrt{3}}$

$R^2 - d^2 = \frac{4}{3}$ **–Erreur ! Signet non défini.** $= \frac{(2-m)(2+m)}{3} > 0$ car $0 < m < 2$

d'où $S \cap P_m$ est un cercle (C_m).

c) * Le rayon de C_m est $r = = \sqrt{\frac{4-m^2}{3}}$

* Soit Ω_m le centre de C_m on a : $\vec{O\Omega_m} = \alpha \vec{N}_{Pm}$ et $\Omega_m \in P_m$